

Synthetische Aperturfokussierung für die Terahertzspektroskopie

Jörg BECKMANN¹, Holger SPRANGER¹

¹ Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM), Berlin

Kontakt E-Mail: joerg.beckmann@bam.de

Kurzfassung. Die zeitaufgelöste THz-Spektroskopie (THz-TDS) operiert mit elektromagnetischen Impulsen, die ein Amplitudenspektrum im unteren THz-Bereich aufweisen. Die THz-TDS ist in der Lage, dielektrische Volumina zerstörungs- und kontaktfreie zu durchstrahlen. Um eine 3D-THz Bildgebung zu ermöglichen, wurde für die THz-TDS ein rechnergestütztes Mess- und Rekonstruktionsverfahren (THz-TD-SAFT) entwickelt, mit dem es gelingt, unter Verwendung der im Zeitbereich registrierten THz-TDS-Daten das Volumeninnere in Form eines dreidimensionalen Tomogramms zu rekonstruieren. Die THz-TD-SAFT basiert auf der für die Ultraschalltechnik entwickelte Synthetische Apertur Fokussierung (SAFT) bzw. des heuristisch begründeten Algorithmus des Synthetischen Apertur Radars (SAR). Anhand von Beispielen wird die Möglichkeiten der THz-TD-SAFT demonstriert und nachgewiesen, dass mit dem Rekonstruktionsansatz die künstlich eingebauten Fehlstellen bezüglich der Position und Größe geometrisch richtig im Tomogramm abgebildet werden können.

Einführung

Um den sicheren Betrieb von Bauteilen oder Anlage während des festgelegten Nutzungszeitraumes zu gewähren, werden heutzutage sowohl im Herstellungsprozess als auch während des Dauerbetriebes oder nach zeitlich festgelegten Inspektionsintervallen zerstörungsfreie Prüfungen durchgeführt. Das bei der jeweiligen Prüfung verwendete ZfP-Verfahren wird in der Praxis durch das zu untersuchende Material, den als notwendig nachzuweisenden Fehler und den vorliegenden Prüfbedingungen bestimmt. Sind oberflächennahe Fehler nicht von Interesse, dann werden Verfahren benötigt, die ein Messprinzip nutzen, mit dem Fehler im untersuchten Objektvolumen nachgewiesen werden können. In der Industrie weit verbreitete Volumenverfahren sind z.B. die Ultraschallprüfung (UT), die Mikrowellenprüfung und die röntgenographische Durchstrahlungsprüfung (RT). Prinzipiell nutzen diese Verfahren die Wechselwirkung akustischer bzw. elektromagnetischer Wellen mit den im Volumen vorliegenden Materialien. Die zeitaufgelöste THz-Spektroskopie (THz-TDS) operiert mit elektromagnetischen Impulsen, die ein Amplitudenspektrum im unteren THz-Bereich aufweisen. Sie ist demzufolge für zerstörungs- und kontaktfreie Durchstrahlung von dielektrischen Volumina prinzipiell geeignet. Untersucht man mit Hilfe der THz-TDS das Transmissions- bzw. Reflexionsverhalten von dielektrischen Probekörpern, so können anhand der empfangenen zeitaufgelösten Signale der elektrischen Feldstärke aus dem Amplituden- und

Laufzeitverlauf (A-scan) Anzeigen beobachtet werden, die aufgrund von z.B. Rissen, Poren oder Materialinhomogenitäten im Probenvolumen entstanden sein können [z.B. 1,2]. Die einfache Abtasttechnik bietet den Vorteil, dass Probenvolumen relativ schnell untersucht werden können. Bei einem fest vorgegebenen Detektionslevel sind Anzeigen zuverlässig zu detektieren und können anhand der Abtastposition dem Ort an der Bauteiloberfläche zugeordnet werden. Die mit der Suchtechnik gefundenen Anzeigen liefern jedoch zumeist unzureichende quantitative Aussagen bezüglich des Fehlers selbst, gerade dann wenn es sich um komplexe Bauteile, komplizierte Fehlergeometrien oder ungünstige Fehlerlagen sowie komplexe Materialeigenschaften und -kombinationen handelt. Wird eine zuverlässige Aussage zur Form, Größe, Lage und Art der im Probenvolumen gefundenen Defekten gefordert, dann sind analytische Messverfahren notwendig, mit denen es möglich ist, unter Verwendung der registrierten Daten das Volumeninnere in Form eines dreidimensionalen Tomogramms zu rekonstruieren. Naheliegend ist die Nutzung der in der Computertomographie (CT) seit langem bekannten Rekonstruktionsalgorithmen. Genauere Untersuchungen zeigen jedoch, dass bei der Verwendung der THz-Strahlung nur in wenigen Fällen die Verwendung des in der CT vorliegenden Algorithmus der gefilterten Rückprojektion zu einem artefaktfreien Tomogramm des untersuchten Objektes führt [3]. Andererseits gibt es einen ständig wachsenden Bedarf an eine zuverlässige 3D THz-Bildgebung. Es müssen demzufolge Prozeduren entwickelt werden, mit dessen Hilfe es möglich ist, die dreidimensional vorliegenden räumlich verteilten Variationen der optischen Eigenschaft im untersuchten Objektinhalt zu detektieren und anhand der gesammelten Daten als 3D-Tomogramme zu rekonstruieren. Ein Ansatz ist die Übertragung der bei der Ultraschallprüfung genutzten Theorie der inversen Streuung zur 3D-Bildrekonstruktion mit Hilfe der Synthetischen Apertur Fokussierungstechnik (SAFT) bzw. des heuristisch entwickelten Aperturradars (SAR). Die mit einem Femtosekundenlaser optisch gepumpten THz-TDS Systeme sind seit langem konventionell verfügbar und es stellt sich die Frage, in welchem Umfang diese Systeme für die 3D Bildgebung geeignet sind? Im Vergleich dazu existieren vollelektronische frequenzmodulierte Dauerstrichsysteme (FMCW-Systeme), die im oberen GHz-Bereich operieren und mit denen die Möglichkeiten der THz-3D Bildgebung unter Ausnutzung der SAR Technik bereits nachgewiesen werden konnte [4].

Die Synthetische Apertur Methode

Elektromagnetische Wellen können bei der Durchdringung eines Objektes eine Amplituden- und Phasenänderung erfahren, die in einem direkten Zusammenhang mit den dielektrischen Objekteigenschaften stehen. Liegt im untersuchten Objekt infolge der Defekte eine Brechungsindexverteilung vor, so entstehen Streuwellen an den Orten, wo das eingestrahlte Feld mit den räumlich verteilten Brechungsindexunterschieden (Objektfunktion) wechselwirkt (siehe Abbildung 1). Die Beugungstomographie (auch als Diffractions Tomography bezeichnet) ist in der Literatur theoretisch umfassend beschrieben worden [z.B. 5]. Mit Hilfe der skalaren Beugungstheorie kann unter Nutzung der Bornschen oder Kirchhoffschen Näherung das Streuproblem linearisiert und die Objektfunktion mit Hilfe der Lösung des inversen Problems [3,5] berechnet werden [z.B. 6]. Eine vereinfachte Betrachtung der Ergebnisse verdeutlicht vor allem bei einer heuristischen Betrachtung, dass unter Verwendung der bekannten Gleichung zur Wellenausbreitung und des Huygens-Prinzips durch die Rückprojektion der empfangenen Amplituden- und Phasensignale die Berechnung der Objektfunktion möglich wird, wenn das Streufeld eines Defektes entlang einer ihm umgebenen geschlossenen Oberfläche (O_s) detektiert worden ist [7].

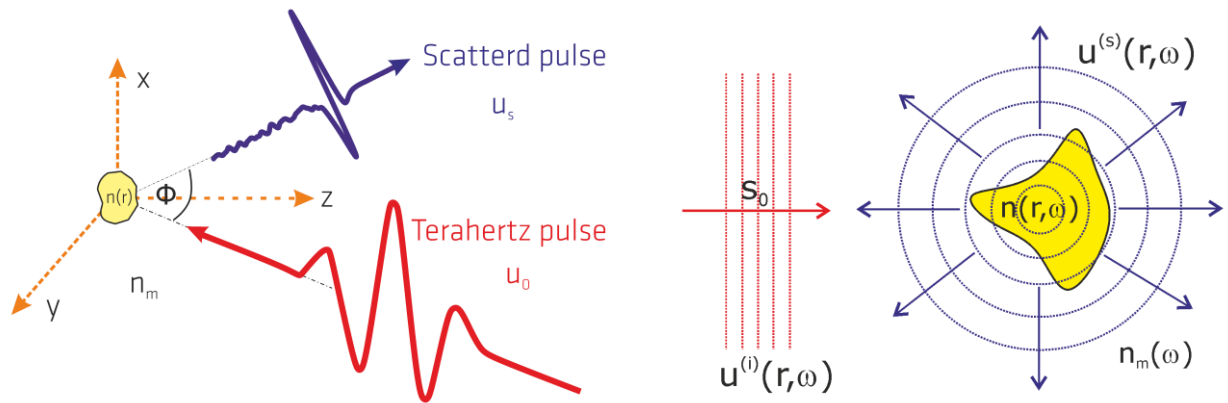


Bild 1: Streufeld, das durch das einfallende E-Feld an einer Brechzahlheterogenität verursacht wird.

Das Ergebnis ist identisch mit dem in der Radartechnik verwendeten SAR Ansatzes [8] bzw. der beim Ultraschall eingesetzten SAFT-Rekonstruktion [9]. In der Praxis gelingt es nur in den seltensten Fällen, eine 360° Datenerfassung um den Defekt zu realisieren. Gewöhnlich ist der abzutastende Bereich (Scanbereich) eingeschränkt, was zur Folge hat, dass Defekte nur innerhalb der erfassten Apertur abgebildet werden können. Bezüglich der Positionierung der Sendeantenne zur Erzeugung des einfallenden Feldes gibt es selbst bei einer eingeschränkten Apertur theoretisch betrachtet keinerlei Beschränkungen. Wie im Bild 2 verdeutlicht, sind beim Abscannen entlang der Detektionsoberfläche (O_s) zum Beispiel feste Sende- und flexible Empfängerpositionen oder gleichzeitig veränderliche Positionsführung der Antennen möglich. Um die Zahl der bestrahlten Defekte im Probeninneren zu maximieren, sollten Messkonfigurationen gewählt werden, mit denen es gelingt das Probeninnere idealerweise vollständig auszuleuchten.

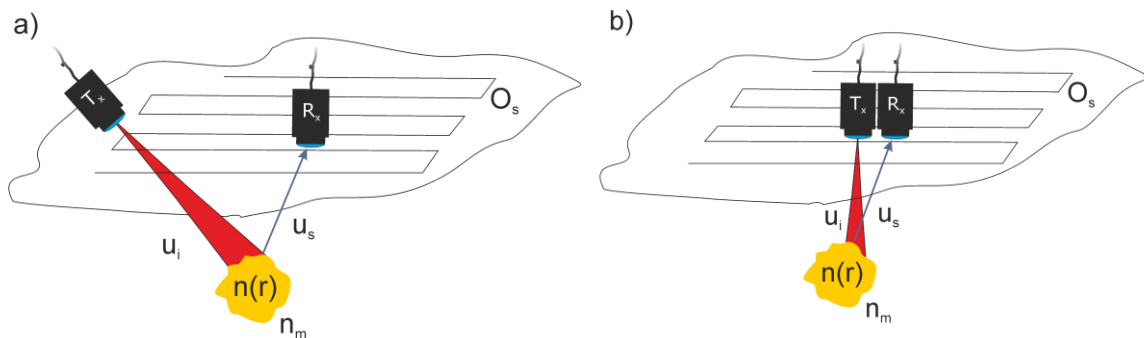


Bild 2: Beispiele für Positionsmöglichkeiten der Sende (T_x)- und Empfangsantenne (R_x) während einer mäanderförmigen Abtastung eines Defektes entlang der Detektionsoberfläche O_s . a) T_x ist fest positioniert und R_x wird entlang des Scan-Profiles bewegt (bistatisch). b) Die T_x/R_x Einheit als Ganzes wird entlang des Scan-Profiles bewegt (monostatisches Prüfverfahren).

Erfassung der Messdaten

Voraussetzung für die SAFT-Rekonstruktion sind die Datenerfassung der zeitabhängigen Amplitudenverläufe (A-Scan) in einem experimentell vorgegebenen Zeitintervall $[t_0, t_{\max}]$ (siehe Bild 3). Die Daten müssen an den jeweiligen Scanpositionen u_i entlang einer Linienabtastung (oder auch Flächenabtastung) im Bereich der experimentell vorgegebenen Apertur aufgenommen und gespeichert werden. Die entlang der Scanlinie gespeicherten Daten können anschließend zu einem B-Scan-Bild $Y(u_i, t)$ zusammengefügt werden, um mit dessen Hilfe Amplitudenwerte in Abhängigkeit von der Scanposition und der Zeit sich anzeigen zu lassen.

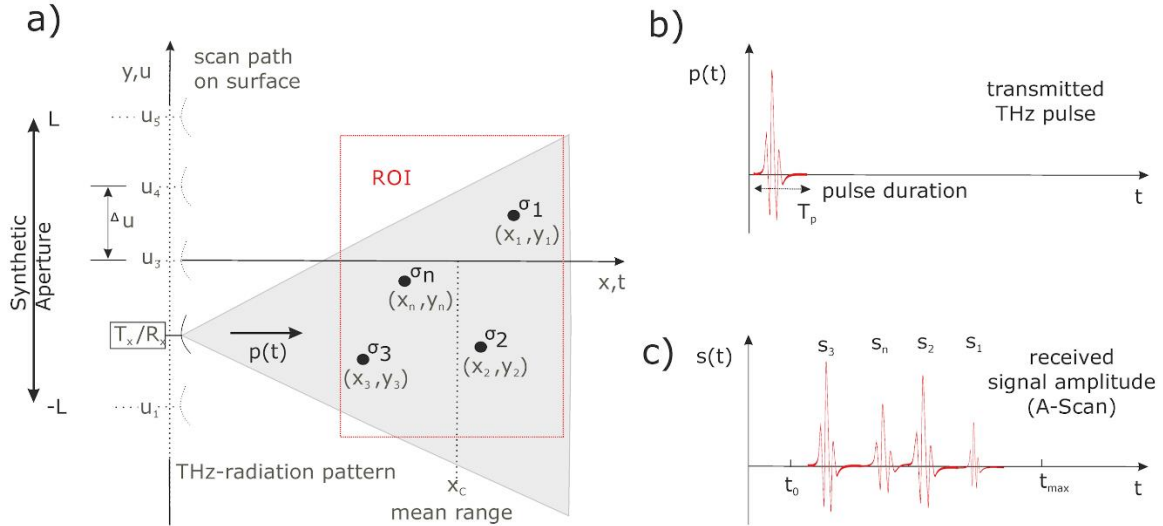


Bild 3: Zweidimensionale schematische Darstellung der für die SAFT-Rekonstruktion (Bildgebung) benötigten Systemgeometrie (a), die zeitlichen Amplitudenverläufe des gesendeten THz-Impulses (b) und der anschließend empfangenen unidirektional rückgestreuten Signale der Punktstreuer für eine monostatische Empfänger/Senderkonfiguration an der Position u_2 (c).

Rekonstruktion

Um die Verteilung der punktförmigen Streuer (Objektfunktion) innerhalb der untersuchten Auswerteebene (oder -volumen) bildgebend zu rekonstruieren, bedarf es der Nutzung der detektierten Laufzeitdaten und eines Rekonstruktionsverfahrens. Ein relativ einfach in der Zeitdomäne zu bewerkstelligendes Verfahren ist die SAFT-Rekonstruktion bzw. der beim Radar eingesetzte Rückprojektionsalgorithmus. In beiden Fällen muss die im Material liegende Rekonstruktionsebene oder -volumen (ROI) in Pixel bzw. Voxel (Reflexionsorte) unterteilt werden. Die Rekonstruktionsvorschrift bei einem Linienscan erfolgt in Anlehnung an dem in Bild 3 gezeigten Versuchsaufbau entsprechend der Gleichung 1.

$$O(x_i, y_j) = \int s(t_{ij}, u) du \quad (1)$$

$$\text{mit } t_{ij}(u) = \frac{2}{c} \cdot \sqrt{x_i^2 + (y_j - u)^2} \quad (2)$$

c ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der THz-Welle im jeweiligen Medium bzw. Material. Die Objektfunktion ist das Ergebnis aus der Superposition der im B-Scan sichtbaren hypothetischen Laufzeitparabeln. Das rekonstruierte Skalar $O(x_i, y_j)$ am Bildpunkt $P(x_i, y_j)$ ist im Prinzip das Ergebnis einer rechnerischen kohärenten Überlagerung der zeitverschobenen empfangenen THz-Signale $S_n(t)$ aller Tx/Rx Positionen u_n innerhalb der synthetischen Apertur $\{-L, L\}$. Die berechnete Interferenz ergibt eine optimale skalare Reflexivitätsgröße O , wenn tatsächlich ein Streuer am Ort des jeweiligen Bildpunktes $P(x_i, y_j)$ existiert. Die für die jeweiligen u_n berechneten Zeitverschiebungen τ_n lassen sich für die in Bild 3 dargestellten Situation bei Kenntnis der Position x_i in Bezug auf $P(x_i, y_j)$ entsprechend der Gleichung (3) wie folgt normieren.

$$\tau_n = \frac{2}{c} \cdot \left(\sqrt{x_i^2 + (y_j - u_n)^2} - x_i \right) \quad (3)$$

THz-TDS-Diffraktionstomographie

Experiment

Zur Ermittlung der Möglichkeiten für die SAFT wurde das fasergekoppelte THz-TDS System T-Ray 2000 von der Firma Picometrix eingesetzt. Polyethylen-Linsen können optional in den Strahlengang eingebracht werden, um bei Bedarf eine Strahlenfokussierung zu ermöglichen. Zusätzlich ist die THz-TDS-Einheit mit einem Drehtisch und einem X-Y-Tisch ausgerüstet, um das zu untersuchende Material oder die zu untersuchenden Testkörper winkel- und ortsabhängig für eine beliebig vorgegebene Sender- / Empfängerposition optisch abtasten zu können. Um das Time-Domain-THz-SAFT-Rekonstruktionsverfahren bewerten zu können, sind selbst entwickelte zylindrische Testkörper mit eingebrachten Fehlstellen hergestellt worden. Das Grundmaterial besteht aus Polyethylen hoher Dichte (HDPE). Da die THz-TDS Messung die Laufzeit und Amplitude eines Impulses messen kann, ist es möglich, unter Zuhilfenahme der Fourier-Transformation den komplexen Brechungsindex des verwendeten Materials zu bestimmen. HDPE weist, wie im Bild 4 gezeigt, nur eine geringe Absorption in der Transmissionskonfiguration auf. Der Realanteil des Materials kann im verwendeten THz-Bereich für die weiteren Berechnungen als konstant angenommen werden.

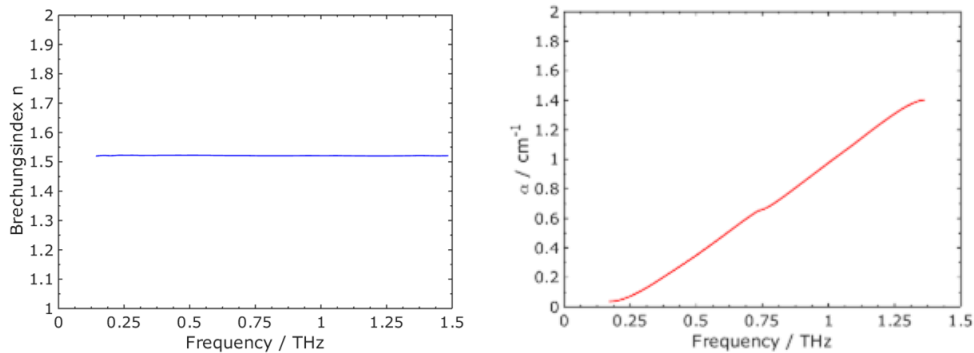


Bild 4: Realanteil des Brechungsindex (links) und das Absorptionsverhalten (rechts) von HD-Polyethylen.

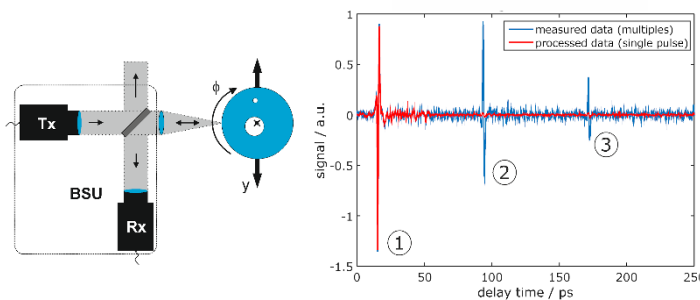


Bild 5: Schematische Darstellung der BSU (links). Die von der BSU erzeugten Mehrfachreflexionen (2,3) können anhand einer Goldspiegeloberfläche ermittelt und anschließend durch eine daraus ermittelten Entfaltungsprozedur beseitigt werden (rechts).

Zur Optimierung der Abtastung von zylindrischen Testkörpern, wurde eine in Bild 5 schematisch gezeigte Strahlteiler-Einheit verwendet (BSU). Die Messkonfiguration bietet mehrere Vorteile. Sender und Empfänger sind zu einer monostatischen Abtasteinheit zusammengefügt. Die Abtastung zylindrischer Objektoberflächen kann in Richtung der Flächennormale während der Drehung des Test-

körpers durchgeführt werden. In diesem Fall beträgt der Einstrahlwinkel null Grad in Bezug zur Flächen-Normale. Die vor dem Strahlteiler angebrachte Sammellinse fokussiert den parallelen Strahlengang zu einem Punkt mit bekannter Phasenfront auf die Probenoberfläche. Der Fokuspunkt beschreibt die für SAFT-Rekonstruktionen benötigte virtuelle Detektor-Empfänger-Position und ermöglicht zudem die optimale Ausleuchtung des Zylinderinneren. Nachteilig bei der Nutzung des BSU erweisen sich die am Beamsplitter erzeugten Vielfachreflexionen (Bilder 5,6), die nach dem Scannen aus dem A- oder B-Scan mit der

vorher mit Hilfe eines Goldspiegels ermittelten Entfaltungsvorschrift herausgerechnet werden müssen. Eine computergestützte Versuchsdurchführung ermöglicht die Detektion der Laufzeit und Amplitude der reflektierten Impulse (A-Scan) während der Abtastung bei einer experimentell vorgegebenen Probenpositionierung.

THz-Time-Domain-SAFT-Rekonstruktion

Bild 6 zeigt das B-Bild eines PE-Testkörpers mit künstlich eingebrachten metallischen Fehlstellen nach einem THz-TDS-Scan. Voraussetzung für die oben beschriebene Rekonstruktion mit Hilfe des Backprojection Algorithmus sind die experimentell ermittelten Laufzeiten in Abhängigkeit von der Positionierung des THz-Fokus auf der Zylinderoberfläche. Zur Verringerung der Artefakte in den rekonstruierten Tomogrammen werden die in der BSU verursachten Vielfachreflexe mit Hilfe einer Filterung im Fourierraum herausgerechnet.

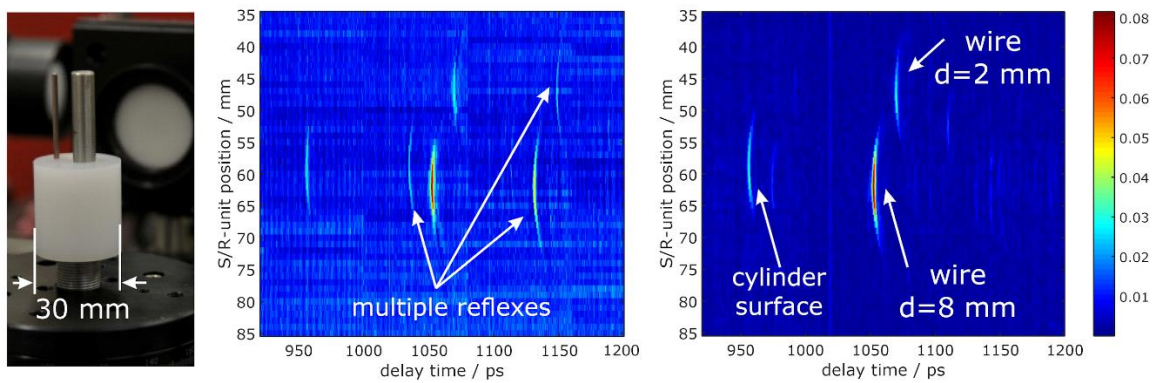


Bild 6: Nach der optischen Abtastung des Testzylinders (links) erhält man einen B-Scan (mitte) der wegen der in der BSU verursachten Mehrfachreflexe korrigiert werden muss (rechts).

Die Verwendung der Rekonstruktionsvorschrift in Gleichung 1 geht von der Wellenausbreitung in einem homogenen Medium aus. Im Gegensatz zum Ultraschall, wo die Signalerzeugung und der –empfang auf der Volumenoberfläche stattfindet, durchläuft der Impuls bei der THz-TDS-Abtastung im Fall der in Bild 6 gezeigten Situation zwei Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes ($n_{Luft}=1$, $n_{HDPE}=1.53$). Damit sind die Laufzeiten der elektromagnetischen Wellen im Rekonstruktionsraum nicht konstant. Die Laufzeitabelle als Funktion der Scanposition muss für die Rückprojektion modifiziert werden. Ein Ansatz ist die Nutzung der Fast Marching Methode (FMM) [9]. Die FMM ist ein Algorithmus zur Lösung der Eikonal Gleichung, mit der jedem Punkt im Ortsraum die benötigte Laufzeit der elektromagnetischen Welle und Ausbreitungsgeschwindigkeit entsprechend Gleichung 4 zugeordnet werden kann.

$$|\nabla \cdot T(x,y)| \cdot C(x,y) = 1 \quad (4)$$

$T(x,y)$ ist eine Funktion mit der für jeden Ortspunkt $P(x,y)$ die Laufzeit der elektromagnetischen Welle zugeordnet wird. $C(x,y)$ ist die vom Brechungsindex bestimmte ortsabhängige Ausbreitungsgeschwindigkeit. Ein anderes für seismische Daten entwickeltes Konzept ist die Berechnung einer mittleren Quadratischen Ausbreitungsgeschwindigkeit anhand der vorherigen Schichtenanalyse (Root Mean Square velocity- RMS). Nach der Laufzeitkorrektur in den B-Bildern modifiziert sich die Berechnung der Ortsfunktion entsprechend der Gleichung (5)

$$O(x_i, y_j) = \int s(t_{mean_{ij}}, u) du \quad (5)$$

Die für die Ultraschallmesstechnik [10] entwickelten Algorithmen der Phase Shift Migration (PSM) oder Multilayer Stolt Migration (MULOK) sind rein formal auch für die THz-SAFT-Rekonstruktion geeignet. Die Korrekturverfahren sind jedoch nur im Frequenzraum anwendbar, was die Fourier Transformation und anschließende inverse Fourier Transformation der korrigierten Daten zur Bestimmung der Ortsfunktion erforderlich macht. Generell sind Rekonstruktionen der Ortsfunktion auch innerhalb des Frequenz- und/oder

inversen u-Raumes möglich [z.B. 11,12].

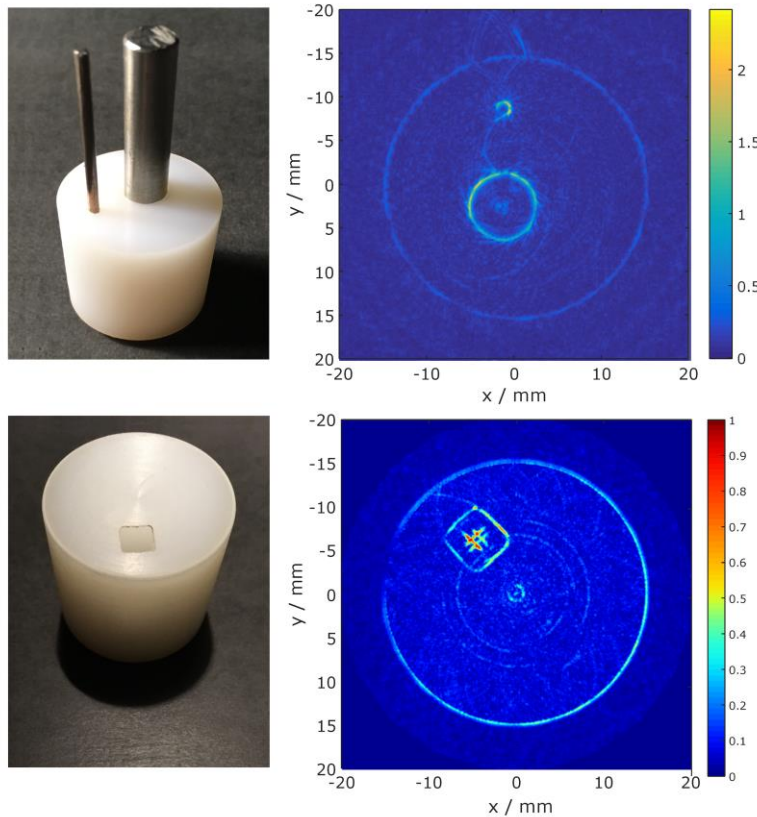


Bild 7: Schnittbilder von rekonstruierten Tomogramme (rechts) die nach dem Scan von zwei repräsentativen Testzylindern aus 72 unterschiedlichen Winkelpositionen rekonstruiert wurden.

Bild 7 zeigt aus der SAFT-Rekonstruktion berechnete Tomogramme für zwei repräsentative Testobjekte. Die photographischen Aufnahmen der Zylinder werden in Bild 7 links oben und unten gezeigt. Sie bestehen aus einer HDPE Matrix, in der Fehlstellen künstlich eingebracht wurden. Beim oberen Testkörper wurden Metallstäbe mit unterschiedlichen Dicken eingebaut (siehe auch Bild 6). Im in Bild 7 unten gezeigten Zylinder befindet sich eine quaderförmige Leertstelle. Beide rechts im Bild präsentierten Tomogramme zeigen die Dimensionen der Fehlstellen richtig an. Die jeweiligen Fehlstellen in der PE Matrix unterscheiden sich optisch gesehen grundsätzlich. Die einge-

brachten Drähte reflektieren das THz-Signal vollständig an ihren Oberflächen und die THz-Strahlung ist innerhalb der Fehlstelle vollständig blockiert. Im Gegensatz zum Fehler aus Metall, wird an den Material-Loch-Übergängen in der anderen Testprobe nur ein Teil der einfallenden Strahlung reflektiert und gebrochen. Der gebrochene Strahl kann die Leertstelle und das dahinterliegende Grundmaterial weiterhin durchdringen. An der Rückseite des quaderförmigen Fehlers entsteht zudem ein weiteres Reflexionssignal. Infolgedessen sind Vielfachreflexionen möglich, die in dem in Bild 7 unten rechts gezeigten Tomogramm zu Fehlanzeigen (Artefakte) innerhalb der rekonstruierten Leertstelle führten.

Zusammenfassung

Anhand der Untersuchungsergebnisse konnte nachgewiesen werden, dass mit der THz-TDS-SAFT Inhomogenitäten innerhalb dielektrischer Bauteile zerstörungsfrei und berührungslos nachgewiesen und bei Bedarf in einem 3D-Bild dargestellt werden können. Die TDS ermöglicht zudem die Bestimmung der optischen Eigenschaften von Dielektrika. Bei genauer Kenntnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Impulse im Dielektrikum (Realanteil des

Brechungsindex) sind notwendig, um die Laufzeiten in geometrische Größen umrechnen zu können. Damit ist die Voraussetzung gegeben, mit Hilfe der Rückprojektion aus den gemessenen THz-Daten die Lagen, Größen und Formen von Fehlstellen im Volumeninneren anhand der Ortsverteilung der Brechungsindexunterschiede (Tomogramm) zu bestimmen. Vor der Rekonstruktion müssen die im Zeitbereich gemessenen Amplitudensignale korrigiert werden, wenn im Rekonstruktionsraum Materialien mit unterschiedlichen Brechungsindizes von den THz Impulsen durchlaufen werden. Das rechnergestützte SAFT- Rekonstruktions-Verfahren verbesserte das Signal-Rausch-Verhältnis um den Faktor vier und ermöglichte die quantitative Bewertung von Fehlerkonfigurationen.

Referenzen

- [1] J. Beckmann, H. Spranger and U. Ewert
"THz Applications for Non-Destructive Testing"
2017 Far East NDT New Technology & Application Forum (FENDT), Xi'an, 2017, pp. 272-276.
doi: 10.1109/FENDT.2017.8584511
- [2] L. S. von Chrzanowski, J. Beckmann, B. Marchetti, U. Ewert and U. Schade
„Zeitaufgelöste Terahertz-Spektroskopie für die zerstörungsfreie Prüfung von gefährlichen Flüssigkeiten“
Materials Testing 2012 54, 6, 444-450
- [3] S Wang and X-C Zhang
“Pulsed terahertz tomography” ,J. Phys. D: Appl. Phys. 37 R1 2004
<https://doi.org/10.1088/0022-3727/37/4/R01>
- [4] J. Ding, M. Kahl, O. Löffeld and P. H. Bolívar
“THz 3-D Image Formation Using SAR Techniques: Simulation, Processing and Experimental Results”
IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology, vol. 3, no. 5, pp. 606-616, Sept. 2013
doi: 10.1109/TTHZ.2013.2271298
- [5] P. Müller, M. Schürmann and J. Guck
“The Theory of Diffraction Tomography”
Publication: eprint arXiv:1507.00466; July 2015 ; Bibcode: 2015arXiv150700466M
<https://ui.adsabs.harvard.edu/#abs/arXiv:1507.00466>
- [6] G. T. Herman; H. K. Tuy.and K.J. Langenberg
“Basic methods of tomography and inverse problems”
Malvern Physics Series, A set of lectures, Bristol: Hilger, 1987, edited by Sabatier, P.C.
- [7] W. Müller, V. Schmitz and G. Schäfer
“Reconstruction by the synthetic aperture focussing technique (SAFT)”
Nuclear Engineering and Design, Volume 94, Issue 3, 1986, Pages 393-404
[https://doi.org/10.1016/0029-5493\(86\)90022-1](https://doi.org/10.1016/0029-5493(86)90022-1)
- [8] M. Soumekh
“Synthetic Aperture Radar Signal Processing with MATLAB Algorithms”
Wiley-Interscience publication, ISBN: 978-0-471-29706-2, April 1999
- [9] A. Sethian and A. M. Popovici
“3-D travelttime computation using the fast marching method”
GEOPHYSICS, March-April 1999, Vol. 64, No. 2: pp. 516-523
<https://doi.org/10.1190/1.1444558>
- [10] M. H. Skjeltvareid, T. Olofsson, Y. Birkelund and Y Larsen
“Synthetic Aperture Focusing of Ultrasonic Data from Multilayered Media Using an Omega-K Algorithm”
IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 58, no. 5, May 2011
- [11] K. Mayer, R. Marklein, K.J. Langenberg, T. Kreutter
“Three-dimensional imaging system based on Fourier transform synthetic aperture focusing technique”
Ultrasonics, Volume 28, Issue 4, 1990, Pages 241-255
[https://doi.org/10.1016/0041-624X\(90\)90091-2](https://doi.org/10.1016/0041-624X(90)90091-2)
- [12] T. Stepinski
“An Implementation of Synthetic Aperture Focusing Technique in Frequency Domain”
IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 54, no. 7, July 2007 1399