

# Nutzung nichtlinearer Effekte bei der Risserkennung

Udo PEIL<sup>1</sup>, Klaus THIELE<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institut für Stahlbau, TU Braunschweig, Braunschweig

Kontakt E-Mail: udopeil@icloud.com, k.thiele@stahlbau.tu-braunschweig.de

**Kurzfassung.** Die Nutzung der nichtlinearen Effekte beim Auftreten von Rissen erlaubt eine rasche und unkomplizierte Aussage darüber, ob eine Konstruktion geschädigt ist oder nicht. Dies sogar ohne vorherige Bezugs-Null-Messung!

## Einführung

Die Ermittlung der Restlebensdauer von Bauwerken wird in Anbetracht des vorhandenen Bauwerksbestandes immer wichtiger. Hierzu sind im Sonderforschungsbereich 477 „Bauwerksüberwachung“ wesentliche Beiträge geleistet worden [1,2].

Am Institut wurde in den letzten Jahren u.a. an einem Verfahren gearbeitet, das auf einer Verfolgung und Auswertung von Lamb-Wellen beruhte. In [2] wird in diesem Buch darüber berichtet. Die Interpretation und Durchführung von entsprechenden Experimenten zur Schadenserkenkung werden allerdings bei komplexer Struktur komplizierter.

In diesem Zusammenhang bietet es sich an, die Vergrößerungseffekte, die sich aus einem nichtlinearen Verhalten ergeben, auszunutzen. So wie bei einem System nach der Theorie 2. Ordnung die Systemreaktionen in der Nähe der Knicklast deutlich überproportional anwachsen, wachsen auch die Systemreaktionen bei nichtlinearen Systemen generell an. Die vergrößerten Reaktionen erlauben eine leichtere messtechnische Erkennbarkeit und somit auch einen einfacheren Rückschluss auf das Vorliegen eines Schadens.

## 1. Nichtlinearitäten als Schadensfolge

### 1.1 Schäden mit nichtlinearen Antworten

Nichtlineare Antworten entstehen immer dann, wenn sich das System während der Belastung ändert (System mit veränderlicher Gliederung). Dies ist der Fall, wenn

- a. **Ermüdungsrisse** sich bei Zug öffnen und bei Druck wieder schließen. Bei Zug wirkt die Fläche nicht mit, das System wird weicher, bei Druck oder geringem Zug ist das System steifer, da die Rissfläche (oder ein Teil davon) den Druck oder geringen Zug (wegen der Vorspannung) überträgt. Nur wenn der Riss sehr offen ist, wird er sich bei Druck nicht schließen, so dass bei Zug und Druck der gleiche Querschnitt vorliegt, das

Systemverhalten ist dann immer linear. Das System arbeitet mit der um die offene Rissfläche vorhandene Nettofläche.

Wenn zum Zwecke der experimentellen Nachprüfung ein Bauteil mit einem Riss versehen wird und dieser z.B. mit einer Säge o.ä. eingebracht wird, werden die Rissufer i.a. so weit auseinander stehen, dass es - bei systemüblicher Beanspruchung - keine Berührung der Rissufer bei Druck gibt. Auch dieses System wird ein rein lineares Verhalten in Bezug auf die Nettofläche zeigen.

- b. Ebenso rufen **Löcher o.ä.** stets lineares Systemverhalten hervor, hier gilt das Gleiche, wie beim weit offenen Riss, das Systemverhalten ändert sich nicht bei Zug und bei Druck, für beide Beanspruchungen liegt das gleiche System vor, ergo keine Nichtlinearität.
- c. **Dornartige Verbindungen** (Schrauben, Niete o.ä.) führen auf Grund des Lochspiels zu einer Bewegung. Immer wenn die Verbindungsmittel Lochleibungskontakt bekommen, ändert sich das Systemverhalten deutlich. Insofern ist es wichtig, solches Verhalten von Verbindungen ggf. vorher auszuschließen, wenn man auf der Suche nach Nichtlinearitäten infolge von Ermüdungsrissen o.ä. ist. Das diesbezüglich erwartete Ergebnis würde von den Nichtlinearitäten des Verbindungsverhaltens deutlich überdeckt werden.
- d. Bei **geklebten Verbindungen** (CFK oder GFK) lösen sich ggf. - infolge Überbeanspruchung - die geklebten Lagen (Delamination). Rein optisch sind solche Schäden i.a. nur schwer zu finden, da die Delamination immer von einer Schicht verdeckt wird. Hier helfen nur Verfahren der zFP. Bei Delaminationen tritt bei Zug- oder Druckbeanspruchung unterschiedliches Verhalten auf (bei Druck könnte z.B. eine abgelöste Schicht ausknicken und so dem Querschnitt mit seiner Steifigkeit fehlen).
- e. **Material-Nichtlinearitäten** auftreten. Diese können leicht während des Überlastungszyklus erkannt werden, da hierbei ausgeprägte Nichtlinearitäten und damit Steifigkeitsänderungen auftreten (Bild 1). Wenn das System, dann wieder in seinen üblichen Beanspruchungszustand im sog. Arbeitsbereich zurückfällt, wird das Erkennen schwer, da die Steifigkeit der Entlastungsgeraden - die bekanntlich parallel zur Erstbeanspruchungskurve verläuft - maßgeblich wird, d.h. der E-Modul ist dann konstant.
- f. **Hysteresen** infolge der Material-Nichtlinearitäten auftreten. Bei einer Hysterese liegt der Entlastungspfad unterhalb des Belastungspfad. Da die Fläche unterhalb der Arbeitslinie gleich der im System gespeicherten Arbeit ist, ist deshalb Arbeit – bedingt durch die Erzeugung der inneren Schädigung – verloren gegangen (Bild 2),

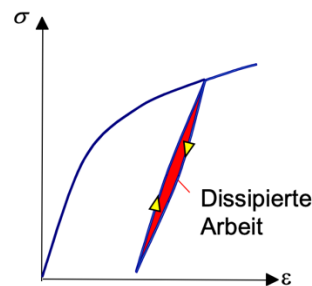
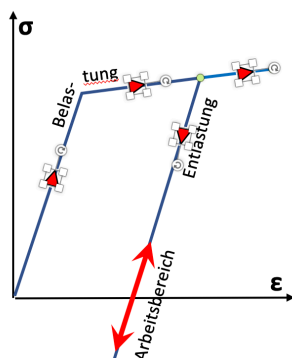


Bild 1: Plastisches Verhalten von Stahl    Bild 2: Hysterese durch Schädigung

Bei größeren Schädigungen sind die Hysteresen deshalb auch deutlich größer. Die Hysteresengröße – beschrieben durch die Spannungsdifferenz zwischen oberem und unterem Umkehrpunkt – wird deshalb in der ganzen Ermüdungslehre als Maßstab für die Größe der Hysteresenfläche verwendet. Der Wechsel der Tangentensteifigkeit bei Ent- und Belastung führt ebenfalls zu nichtlinearem Verhalten, was theoretisch gemessen werden kann. Leider sind, zumindest bei geringen Schäden, die E-Modul-Unterschiede am

Umkehrpunkt sehr gering, so dass es problematisch sein dürfte, ein hysteretisches Verhalten aus integralen Systemantworten zu erkennen. Wir arbeiten noch daran. Bei größeren Amplituden sind die Unterschiede größer, siehe Bild 3, so dass hier das Erkennen leichter ist.

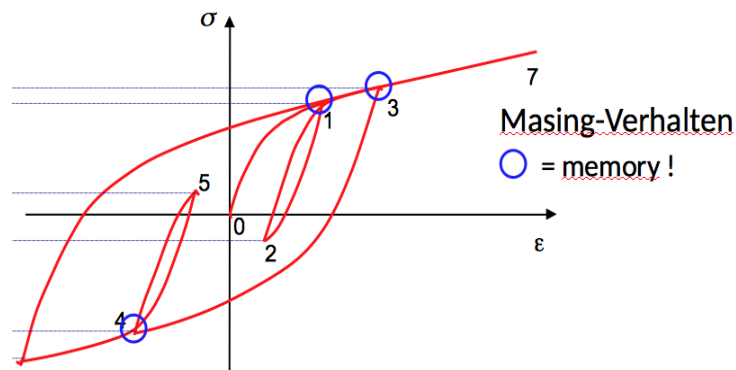


Bild 3: Geschachtelte Hysteresen bei wiederholter Belastung

- g. **Dämpfung:** Die Größe der Hysterese fläche wird vielfach auch als Maß der dynamischen Systemdämpfung verwendet. Bei unterschiedlichen Hysteresen finden also unterschiedliche Dämpfungen statt. Auch dies führt zu einem nichtlinearen Systemverhalten, weil die Systemparameter sich während der Beanspruchung ändern.

## 2 Modelle zur Erfassung der Nichtlinearität

### 2.1 Änderung der Frequenzantwort

Je nach Belastungstyp und Situation können unterschiedliche Verfahren genutzt werden, um die Nichtlinearität zu erkennen. Allen Verfahren liegt der Effekt zugrunde, dass sich Systeme, die sich während der Beanspruchung ändern, eine nichtlineare Antwort zeigen. In Bild 4 ist das Last-Verschiebungsdiagramm eines Systems mit einem Riss und Rissufer in Kontakt dargestellt. Man erkennt, dass im Druckbereich ( $F$  negativ) die Steifigkeit (gleich Tangens  $dF/dv$  der Last-Verschiebungskurve) einen konstanten Wert aufweist, die Rissufer liegen aufeinander und übertragen Druck. Wenn das System dann auf Zug beansprucht wird, öffnet sich der Riss und die verbleibende Nettofläche stellt nur eine reduzierte Steifigkeit zur Verfügung, die Steigung der Last-Verschiebungskurve - also die Steifigkeit - nimmt ab.

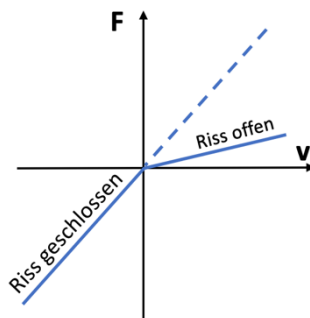


Bild 4: Lastverschiebungskurve eines Systems mit veränderlicher Gliederung

Der auftretende Ermüdungsriss im Kerbbereich der Probe lässt sich deutlich mit Hilfe des in [2] vorgestellten Verfahrens detektieren. Bild 5 zeigt das Ergebnis.

Dieser Steifigkeitswechsel lässt sich auch einfach im Frequenzbereich nachweisen. Es handelt sich um eine Frequenzmodulation. Verdeutlicht wird dies am Beispiel des Vibrato eines Geigers. Die am Griffbrett hin und her schwingende Greifhand führt durch das zugehörige Abrollen der Fingerkuppe, wenn die Hand nach vorn zum Corpus schwingt, wegen

des geringen Abrollens zum Corpus zu einer geringen Verkürzung der Saite (mithin zu einem höheren Ton) beim Rückschwingen rollt die Fingerkuppe nach hinten, die Saite verlängert sich etwas, die Frequenz sinkt.

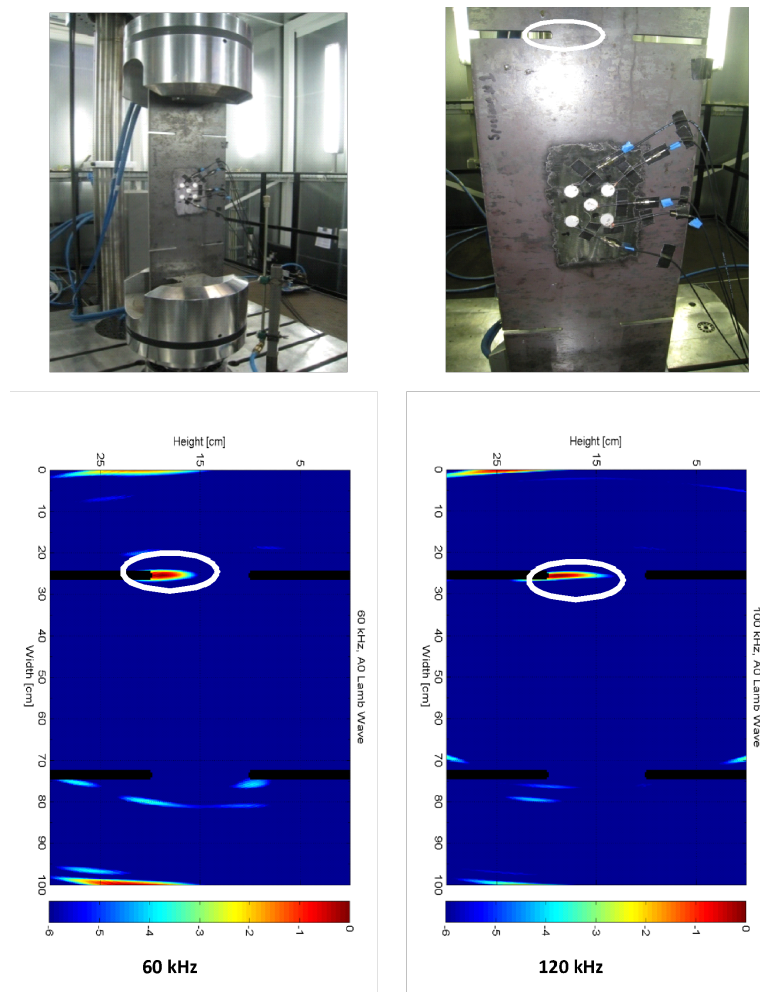


Bild 5: Detektierte Risse mit Hilfe des Piezoverfahrens

Das Vibrato verändert also die Frequenz der klingenden Saite, die Frequenz wird im Takte des Vibratos moduliert. Bild 6 zeigt das Verhalten im Zeitbereich:

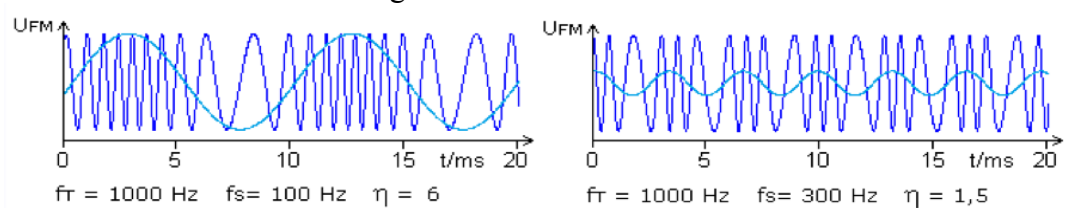


Bild 6: Frequenzmodulation durch Vibrato des Greiffingers, bzw. durch Riss-Öffnen und -Schließen

In diesem Kontext können alle Erkenntnisse über die Frequenzmodulation der Nachrichtentechnik genutzt werden. Die Frequenzmodulation hat natürlich eine Auswirkung im Frequenzbereich. Es entstehen sog. Seitenbänder zur ursprünglichen, Trägerfrequenz, bzw. schädigungsfreien Messfrequenz, wie im Folgenden dargelegt wird.

Die modulierte Frequenz lässt sich, wie folgt, schreiben:

$$f(t) = f_T + \Delta F \cdot \cos(\omega_V \cdot t) \quad (1)$$

$\Delta F_V$  ist der Frequenzhub des Vibratos, d.h. die Vibrato-Amplitude. Ausgedrückt in  $\omega$ :

$$\omega(t) = \omega_T + \Delta\Omega \cdot \cos(\omega_V \cdot t) \quad (2)$$

Damit ergibt sich der Verlauf der frequenzmodulierten Schwingung, wie folgt:

$$u_{\text{FM}}(t) = \bar{u}_T \cdot \cos \left[ \omega_T \cdot t + \frac{\Delta\Omega}{\omega_V} \cdot \sin(\omega_V \cdot t) \right] \quad (3)$$

Hierin ist  $\frac{\Delta\Omega}{\omega_V} = \eta$  der sog. Modulationsindex. (4)

$\Delta\Omega$  ist darin der Frequenzhub  $\Delta\Omega = \frac{1}{2} \cdot (\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}})$ . (5)

Gelegentlich wird auch der sog. Modulationsgrad verwendet. Er lautet:  $\frac{\Delta\Omega}{\omega_T} = m$  (6)

Der Frequenzhub  $\Delta\Omega$  bezogen auf die Vibratofrequenz ist der Modulationsindex  $\eta$ .

Damit wird  $u_{\text{FM}}(t) = \bar{u}_T \cdot \cos[\omega_T \cdot t + \eta \cdot \sin(\omega_V \cdot t)]$  (7)

Bekanntlich gilt:  $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$  (8)

Es wird:  $u_{\text{FM}}(t) = \bar{u}_T \cdot [\cos(\omega_T t) \cdot \cos(\eta \cdot \sin(\omega_V t)) - \sin(\omega_T t) \cdot \sin(\eta \cdot \sin(\omega_V t))]$  (9)

Wenn  $\eta \ll 1$  ist (geringe Vibrato-, hohe Trägerfrequenz), ergibt sich

$$\cos(\eta \cdot \sin(\omega_V \cdot t)) \approx 1 \text{ und } \sin(\eta \cdot \sin(\omega_V \cdot t)) \approx \eta \cdot \sin(\omega_V \cdot t) \quad (10)$$

Diese Annahme ist bei dem großen Unterschied zwischen Träger- und Vibratofrequenz i.a. gerechtfertigt.

Nach temporärem Einsetzen und Nutzung der Produktgleichung

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta) \quad (11)$$

ergibt sich Gl. 7 zu:

$$u_{\text{FM}}(t) = \bar{u}_T \cdot \left[ \cos(\omega_T \cdot t) + \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos(\omega_T + \omega_V) \cdot t - \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos(\omega_T - \omega_V) \cdot t \right] \quad (12)$$

Der erste Term in der Klammer ist die Trägerfrequenz dar (z.B. 500 Hz), die beiden nächsten Terme die Seitenbänder, die links und rechts im Abstand der Vibratofrequenz (z.B. 20 Hz) von der Trägerfrequenz liegen (Bild 7).

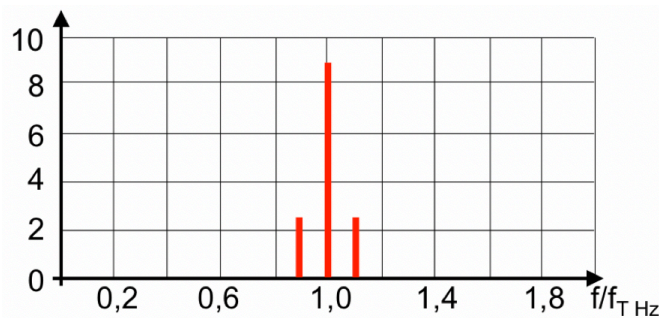


Bild 7: Seitenbänder beim Vibrato (nichtlineares Systemverhalten)

Wenn man bei den vorigen Ausdrücken, das Wort Vibrato durch Belastungsfrequenz und Trägerfrequenz durch Messfrequenz ersetzt, gelten die o.a. Beziehungen in gleicher Weise für das Testen eines gerissenen Bauteils.

Wenn die Annahme  $\eta=1$  nicht mehr gegeben ist, wird die Lösung aufwändiger. Es treten dann mehr als 2 Seitenbänder auf. Theoretisch entstehen bei Frequenzmodulation eine unendliche Zahl von Seitenfrequenzen, die mit zunehmenden Abstand von der Träger-

(Mess-)frequenz je nach Frequenzhub schnell kleiner werden. Zur Feststellung eines nichtlinearen Systemverhaltens reicht es – nach erstem Anschein -, die ersten Seitenbänder als Kriterium zu nehmen. Je höher die Seitenbänder, desto größer der Schaden.

Neben den beim Schaden erscheinenden Seitenbändern werden naturgemäß auch die unteren Harmonischen verzerrt. Ein ungeschädigtes - also lineares System - unter harmonischer Belastung zeigt als Antwort im Frequenzbereich ebenfalls ein rein harmonisches Verhalten. Durch die Nichtlinearitäten wird das Antwortsignal jedoch verzerrt, es treten höhere Harmonische auf, die ebenfalls als Kriterium für einen vorliegenden Schaden herangezogen werden können.

Eine 400x50mmx8mm gekerbte Stahlprobe (Bild 8) wurde mit einem Piezoaktuator und einem Piezosensor versehen. Der Nennquerschnitt der Kerbe beträgt 10x8mm. Durch zyklische Zugbeanspruchung mit einer Oberlast von 35kN und einer Unterlast von 0 kN, wurden die Proben (Bild 8) bis zum Bruch ermüdet.

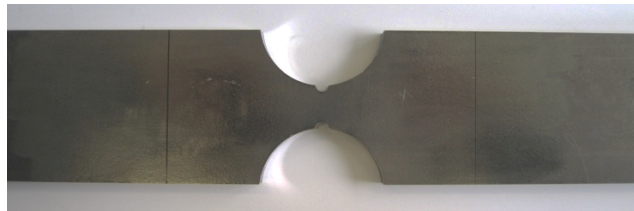


Bild 8: Probekörper

Hierdurch wurde ein Bruch erzeugt, der bei den folgenden Versuchen bei Zug klafft und bei Druck und bei geringem Zug - infolge der inneren Vorspannung - durch Kontakt der Rissufer zumindest teilweise mitwirkt, vgl 1.1 a. Nach je 1000 Testzyklen wurde die Prüfmaschine gestoppt und eine Messsequenz gestartet. Nachdem eine Schädigung aufgetreten ist, treten zusätzliche Harmonische auf, das anregungsseitige reine Sinussignal führt dadurch zu einem verzerrten Antwortsignal der Probe (Bild 9, rechts)

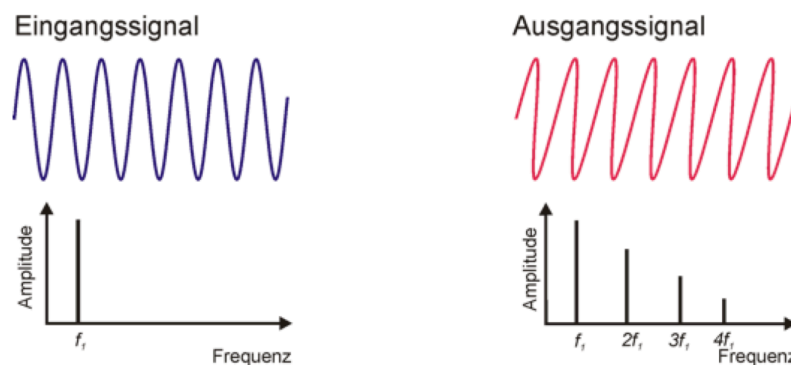


Bild 9: Verzerrung des Antwortsignals bei auftretenden Schäden

Hierbei lässt sich aus der Größe der auftretenden Ober“töne“ auf die Größe der Nichtlinearität, also auf die Größe des Schadens rückschließen. Bild 10 zeigt das Vorgehen bei Ausnutzung des Auftretens von Seitenbändern. Hierzu wurde wiederum ein harmonisches Signal für die Belastung gewählt und zusätzlich ein Messsignal aufgebracht, um durch die Systemänderung (=Vibrato) die Seitenbänder hervorzurufen.

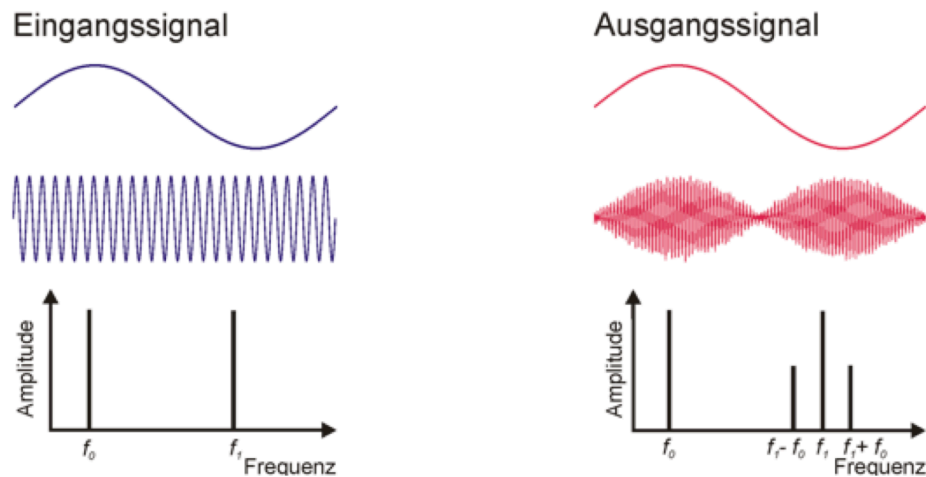


Bild 10: Auftreten von Seitenbändern um die Messfrequenz herum

## 2.2 Verwendung des Klirrfaktors

Das Auftreten zusätzlicher Harmonischer - die der Systemnichtlinearität geschuldet sind - in der Systemantwort um die Beanspruchungs- bzw. Tonfrequenz herum, ist ein Effekt der in der Audiotechnik gefürchtet ist. Dort nennt man die Klangverzerrung infolge zusätzlicher Harmonischer „Klirren“, bewertet durch den sog. **Klirrfaktor**. Je größer der Klirrfaktor, desto größer die Nichtlinearitäten durch Schaltung, Bauelemente etc., desto größer die Klangverzerrung. Es bietet sich an, dieses Maß auch für die Bestimmung der Größe des Schadens zu nutzen. Der Klirrfaktor ist definiert durch:

$$k = \sqrt{\frac{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}} \quad (13)$$

Der Klirrfaktor gewichtet die Summe aller entstehenden Obertöne  $U_i$  mit  $i > 1$  an der Gesamtsumme aller Töne, d.h. Grundton plus alle Obertöne. Für die Werte  $U_i$  sind dabei die Effektivwerte einzusetzen. Bei harmonischen Signalen ist dies die Amplitude dividiert durch  $\sqrt{2}$ .  $U_1$  ist die Frequenz des harmonischen Beanspruchungswechsels.

Der Faktor  $\sqrt{2}$  kürzt sich oben und unten heraus, so dass die reinen Amplituden, entnommen aus der Länge des Linienspektrums verwendet werden können. Untersuchungen, die Größe des Klirrfaktors der Größe der Schäden zuzuordnen sind derzeit noch nicht abgeschlossen.

## 2.3 Änderung des chaotischen Verhaltens

Nichtlineare dynamische Systeme zeigen oft ein chaotisches Verhalten. In Bild 10 ist das Prinzip der Aufzeichnung des chaotischen Verhaltens mittels des Poincaré-Mappings dargestellt. In jedem Zeitschritt ergibt sich bei nichtlinearen Systemen eine andere Antwort, z.B. eine Verschiebung  $x, y$  (roter Punkt). Wenn diese Antwort auf die Bildebene projiziert wird (Pfeile), ergibt sich nach Durchlaufen aller Zeitschritte z.B. das in der Bildebene dargestellte Diagramm. Man erkennt, dass sich die Lösungspunkte auf einen Grenzzyklus hinbewegen. Dieser Grenzzyklus wird **strange attractor** genannt.

Es ist typisch für nichtlineare Systeme, dass diese strange attractors stark von den Anfangsbedingungen des Systems abhängen. Schon geringste Änderungen können beträchtliche Änderungen des chaotischen Verhaltens hervorrufen, festgehalten durch die Verschiebungen der strange attractors. Man kann die Verschiebung der strange attractors als Maß für die Schadensgröße verwenden.

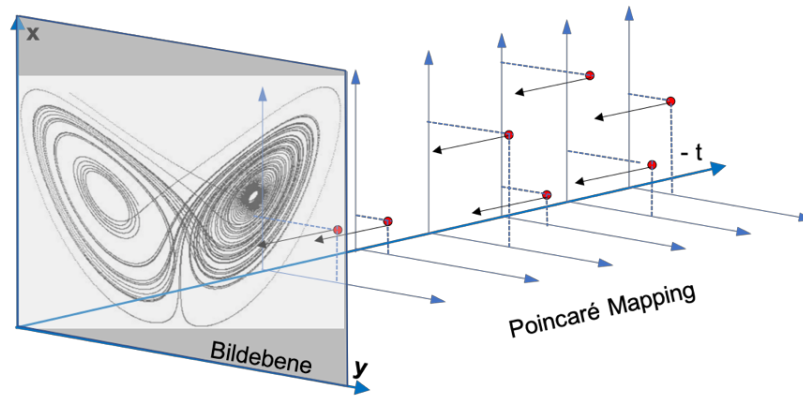


Bild 10: Darstellung des chaotischen Verhaltens mittels des Poincaré-Mappings

## 2.4 Messung der Dämpfung

Wie unter 1.1 g dargestellt, wird durch vorhandenes hysteretisches Verhalten die Dämpfung vergrößert. Es bietet sich also an, die Dämpfung als Maß für eine Schadensgröße zu verwenden. Hierbei ist es naturgemäß günstig, wenn auf eine Dämpfungsmessung des jungfräulichen Systems zurückgegriffen werden kann, wobei dann die Dämpfungsänderungen beobachtet werden. Der Bezug ist notwendig, weil die Dämpfung eines Systems von vielen Größen und Randbedingungen abhängt. Es gibt zwei übliche Verfahren zur Dämpfungsmessung:

- Messung einer Ausschwingkurve und Bestimmung des logarithmischen Dekrementes aus der Amplitudenabnahme zweier Amplitudenwerte.
- Messung der sog. Halbwertsbreite und Bestimmung der Dämpfung hieraus. Aus Raumgründen wird dazu auf [6,7] verwiesen.

## 3 Ausblick

Die Nutzung des Potentials, das die Ausnutzung nichtlinearer Effekte bietet, ist groß. Es gibt viele Methoden in der Mechanik und Zeitreihenanalyse, die dazu herangezogen werden können. Am Institut laufen diesbezügliche Untersuchungen, mit dem Ziel eine praxisfreundliche Methode zu erhalten.

## Referenzen

- [1] Peil,U., S. Loppe: Detektion und Lokalisierung von strukturellen Schäden mit Hilfe von geführten Wellen“, Stahlbau 5 (2006), Seiten 851-857.
- [2] Peil,U., K. Thiele: Monitoring von Stahlkonstruktionen mittels geführter Wellen. Berichtsband der Tagung der DGzP in Karlsruhe, 2019.
- [3] Krümming,S.: Schallemissionsanalyse zum Nachweis der Materialermüdung von Baustahl. Dissertation, TU Braunschweig, 1998
- [4] Donskoy, D.M., A. Zagrai, E. Chudnovsky, E. Golovin, V. Agarwala: Nonlinear Vibro-Acoustic Modulation Techniques for Life Prediction of aging Aircraft Components. Proceedings 3<sup>rd</sup> Europ. Workshop on Struct. Health Monitoring. Granada, 2006, pp.251-258.
- [5] Peil,U.: Baudynamik. In: Stahlbau Handbuch 1, Teil A, Stahlbau Verlagsgesellschaft, Köln, 1993, Seite 379 – 451.
- [6] Petersen, C.\_ Dynamik der Baukonstruktionen. Vieweg Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig, Wiesbaden.