

Drei-dimensionale thermographische Rekonstruktion mittels virtueller Schallwellen

Peter BURGHOLZER¹, Jürgen GRUBER², Günther MAYR²

¹ Research Center for Non Destructive Testing, Linz, Österreich

² FH OÖ Forschungs & Entwicklungs GmbH, Wels, Österreich

Kontakt E-Mail: peter.burgholzer@recendt.at

Kurzfassung. Die thermographische Rekonstruktion von Mess-Signalen einer Infrarot-Kamera hat einen großen Vorteil gegenüber der Abbildung mittels Ultraschall: es wird kein Koppelmedium, beispielsweise Wasser, benötigt und die Oberflächentemperatur kann an vielen Pixeln der Kamera parallel gemessen werden. Der Hauptnachteil ist die stark schlechter werdende Auflösung mit größerer Tiefe der abzubildenden Strukturen. Daher wird oft nur eine ein-dimensionale Rekonstruktion von Schichtstrukturen, wo die laterale Ausdehnung groß gegenüber der Tiefe dieser Strukturen ist, durchgeführt. Für andere Strukturen ist die laterale Diffusion der Wärme gegenüber der Ausbreitung senkrecht zur Oberfläche nicht vernachlässigbar und die Verwendung einer ein-dimensionalen Rekonstruktion ergibt in diesem Fall zusätzliche Artefakte.

Die direkte Invertierung der dreidimensionalen Gleichung für die Wärmediffusion ist ziemlich herausfordernd, sogar für einfache Geometrien von eingebetteten Strukturen, wie beispielsweise rechteckige Risse senkrecht zur Oberfläche. In dieser Arbeit wird demonstriert, wie Ultraschall-Rekonstruktions-Methoden für die thermographische Rekonstruktion genutzt werden können. Vor der Bildrekonstruktion wird aus dem mit der Infrarot-Kamera gemessenen zeitlichen Temperaturverlauf für jedes Pixel eine virtuelle Schallwelle berechnet. Diese lokale Transformation beinhaltet die gesamte Irreversibilität des Diffusionsprozesses und kann für jede zwei- und drei-dimensionale Probenform verwendet werden. Es werden Simulationen und experimentelle Ergebnisse gezeigt, beispielsweise von kleinen Stahlkügelchen, die in einer Epoxidharz-Matrix eingebettet sind und durch Induktion pulsformig erhitzt werden.

Für optische und akustische Bildgebung wird die Auflösung durch die Point-Spread-Function (PSF) beschrieben. Auch für die Thermographie können wir durch grundlegende Überlegung zu Entropie-Erzeugung und Informationsverlust bei der Wärmediffusion eine solche PSF herleiten, die mit der nach der aus einer Punktquelle mit Hilfe der virtuellen Welle rekonstruierten Abbildung übereinstimmt. Die laterale Auflösung ist ca. 2,4 mal so groß wie die axiale Auflösung in Tiefen-Richtung.

Einführung

Aktive Thermographie ist eine zerstörungsfreie Methode zur Detektion, Abbildung und Vermessung von inneren Strukturen und Fehlern [1]. Anwendungsgebiete reichen von der



Fehlerdiagnose über die Materialcharakterisierung bis zu on-line und in-line Inspektionen [2]. In der aktiven Thermographie wird durch Aufheizen oder Kühlen der Probe ein Temperatur-Gradient erzeugt und durch die Aufzeichnung der Temperaturveränderung an der Probenoberfläche mit einer Infrarot-Kamera die Wärmediffusion in der Probe beobachtet. Zum Heizen der Probe können verschiedene Methoden verwendet werden, wie eine Blitzlampe oder ein Laser [3,4,5,6], Ultraschallwellen [7] oder Wirbelströme [8]. Verschiedene zeitliche Anregungsmuster, wie z. B. Pulse in der Puls-Thermographie [9], oder harmonische Signale mit einer bestimmten Frequenz [10], werden zum Heizen der Probe verwendet. Die Puls-Phasen-Thermographie (PPT) vereint die Vorteile von Puls- und Lock-in Thermographie [11]. Neben einer höheren Messtiefe [12] hat die Phasenmessung auch den Vorteil, dass unerwünschte Effekte aufgrund von lokalen Unterschieden der Emissionsfaktoren der Oberfläche, von Reflexionen an der Oberfläche oder von nicht gleichmäßiger Heizung unterdrückt werden [10]. Inspiriert durch die Radar-Technologie wurden auch Chirps als Anregungspulse verwendet [13].

Wärmediffusion und die Ausbreitung einer ungedämpften Schallwelle werden mathematisch durch die Diffusions-Diffusionsgleichung bzw. die Wellengleichung beschrieben. Beide Gleichungen sind lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung in Raum und Zeit, beschreiben jedoch sehr unterschiedliche physikalische Phänomene. Während Schallwellen invariant bezüglich Zeitinvarianz sind und daher diese zeitliche Umkehrung zur Rekonstruktion des Anregungsmusters verwendet werden kann [14], ist die Wärmediffusion ein irreversibler Prozess der zeitlich nicht umkehrbar ist. Auch sind "thermische Wellen" im Gegensatz zu akustischen Wellen mit keinem mittleren Energietransport verbunden [15].

Gedämpfte akustische Wellen können im zeitlichen Fourier-Raum (ω – Raum) durch eine Helmholtz Gleichung [16] mit einer komplexen Wellenzahl $K(\omega)$ beschrieben werden, deren Imaginärteil gleich dem räumlichen Dämpfungskoeffizienten ist [17]. La Riviere et al. [18] fanden eine lokale Transformation zwischen der akustischen Welle ohne Dämpfung und der tatsächlich gemessenen Welle mit Dämpfung. Die zugehörige inverse Transformation, von der gemessenen Welle zur virtuellen Welle ohne Dämpfung, ist schlecht konditioniert und benötigt eine Regularisierung. Die zeitliche Entwicklung dieser virtuellen Welle wird durch die Wellengleichung beschrieben und daher können alle aus der Abbildung mit Ultraschall oder Photoakustik bekannten Rekonstruktionsmethoden verwendet werden um die Anfangsdruckverteilung zu rekonstruieren [14,19,20]. Die „Time reversal“ – Rekonstruktionsmethode nutzt direkt die Zeitinvarianz der virtuellen Welle [14,21,22], eine andere Methode, die für ebene Probenoberflächen geeignet ist, ist die „frequency domain synthetic aperture focusing technique“ (F-SAFT) [23,24,25].

In dieser Arbeit zeigen wir, dass der Ansatz der virtuellen Schallwellen zur thermographischen Rekonstruktion verwendet werden kann [26]. Von der virtuellen Schallwelle kann die Temperaturverteilung im Inneren nach einem kurzen Anregungspuls durch eine beliebige Ultraschall-Rekonstruktionsmethode bestimmt werden. Da die Probenoberflächen eben sind wird F-SAFT benutzt. Die Rekonstruktion ist ein zweistufiges Verfahren:

- Aus der mit der Infrarot-Kamera gemessenen zeitlichen Temperaturverteilung wird mithilfe einer lokalen Transformation für jede Pixelposition eine virtuelle Welle berechnet. Diese lokale Transformation entspricht der ein-dimensionalen thermographischen Rekonstruktion.
- Da die berechnete virtuelle Welle eine Lösung der Wellengleichung ist kann im zweiten Schritt mit einer Ultraschall-Rekonstruktionsmethode die Temperaturverteilung im Inneren der Probe rekonstruiert werden.

2. Lokale Transformation zwischen gemessenen Temperatursignalen und virtuellen Schallwellen

Temperatursignale werden mathematisch durch die Wärmediffusionsgleichung beschrieben, während Schallwellen durch die Wellengleichung beschrieben werden. Die Linearität der Gleichungen gewährleistet, dass die Lösungen beider Gleichungen im zeitlichen Fourierraum (ω – Raum) als eine Superposition von Wellenzügen mit einer bestimmten Frequenz ω dargestellt werden können. Die „thermische Welle“ ist eine Lösung der Wärmediffusionsgleichung im ω – Raum für eine bestimmte Frequenz ω , die in den realen Raum rücktransformiert wurde. Aus der Linearität der Gleichung folgt, dass solche Wellenzüge ein Interferenzverhalten zeigen [27], da jede Superposition von diesen wiederum eine Lösung der Gleichung ist. Für akustische Wellen ist diese Interferenzfähigkeit allgemein akzeptiert. Um die virtuellen Schallwellen aus den gemessenen Temperatursignalen zu berechnen, verwenden wir eine ähnliche lokale Transformation wie La Riviere et al. [18] für die gedämpften akustischen Wellen (siehe Einführung). In deren Arbeit wird die Helmholtz Gleichung nicht direkt gelöst, sondern ein ideales Signal ohne Schallabschwächung wird zuerst berechnet und dann daraus die Anfangsdruckverteilung im Inneren rekonstruiert.

In dieser Arbeit wird eine solche Relation zwischen dem gemessenen Temperatursignal, das durch die Wärmediffusionsgleichung beschrieben wird, und einer virtuellen Welle hergeleitet. Die Entwicklung in Raum und Zeit dieser virtuellen Welle wird durch die Wellengleichung beschrieben. Daher können Ultraschall Rekonstruktionsmethoden verwendet werden um die Temperatur-Verteilung im Inneren der Probe gleich nach dem Anregungspuls zu rekonstruieren. Wie die ideale Schallwelle in einer akustisch dämpfenden Probe hat diese virtuelle Welle keine direkte physikalische Realisierung – daher der Name „virtuell“. Sie wird nur für die mathematische Rekonstruktion verwendet.

Ammari [28] hat die gleiche Relation wie La Riviere et al. [18] direkt von den Gleichungen im ω – Raum hergeleitet. Im Folgenden wird diese Herleitung für die Wärmediffusionsgleichung vorgestellt. Die Wärmediffusion wird durch die Diffusionsgleichung beschrieben [29]

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial t}\right) T(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\alpha} T_0(\mathbf{r}) \delta(t), \quad (1)$$

mit $T(\mathbf{r}, t)$ als Temperaturverteilung in Raum und Zeit, ∇^2 als Laplace-Operator (zweite Ableitung im Ort), und α ist die Temperaturleitfähigkeit, die als homogen in der Probe angenommen wird. Der Quell-Term auf der rechten Seite von Gleichung (1) gewährleistet, dass die Temperaturverteilung gleich nach dem kurzen Anregungspuls $T_0(\mathbf{r})$ wird. Die Anregung wird zeitlich durch die Dirac-Delta Funktion $\delta(t)$ beschrieben. Die Beschreibung der thermischen Diffusion basiert auf dem Fourierschen Gesetz, das für makroskopische Proben gilt, wenn die Ausbreitungslänge groß gegenüber der mittleren freien Weglänge der an der Wärmeleitung beteiligten Phononen ist [30].

Die Ausbreitung einer Schallwelle mit Druck $p(\mathbf{r}, t)$ bei einer Anfangs-Druckverteilung $p_0(\mathbf{r})$ gleich nach dem kurzen Anregungspuls kann mit folgender Wellengleichung beschrieben werden [31,32]:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} p_0(\mathbf{r}) \delta(t), \quad (2)$$

mit der Schallgeschwindigkeit c . Nun definieren wir eine virtuelle Welle $T_{virt}(\mathbf{r}, t)$ mit der gleichen Wellengleichung mit der Anfangs-Temperaturverteilung $T_0(\mathbf{r})$ und einer frei wählbaren virtuellen Schallgeschwindigkeit c , die meist gleich Eins gewählt wird:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) T_{virt}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} T_0(\mathbf{r}) \delta(t), \quad (3)$$

θ ist nun das Temperatursignal im ω – Raum, das durch eine zeitliche Fourier Transformation berechnet wird:

$$\begin{aligned} \theta(\mathbf{r}, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} T(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega t) dt \\ T(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(\mathbf{r}, \omega) \exp(i\omega t) d\omega, \end{aligned} \quad (4)$$

und ähnlich ist $\theta_{virt}(\mathbf{r}, \omega)$ die Fourier Transformierte der virtuellen Welle $T_{virt}(\mathbf{r}, t)$. Die Fourier Transformation nach (4) von (1) ergibt:

$$(\nabla^2 - \sigma(\omega)^2) \theta(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{1}{\alpha} T_0(\mathbf{r}) \quad \text{with } \sigma(\omega)^2 \equiv \frac{i\omega}{\alpha} \quad (5)$$

und von. (3) ergibt:

$$(\nabla^2 + k(\omega)^2) \theta_{virt}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{i\omega}{c^2} T_0(\mathbf{r}) \quad \text{with } k(\omega) \equiv \frac{\omega}{c} \quad (6)$$

Dies sind zwei Helmholtz Gleichungen: (6) mit der reellen Wellenzahl $k(\omega)$ und (5) mit der komplexen Wellenzahl $\sigma(\omega)$. Das Einsetzen von $-i\sigma(\omega)$ statt ω in (6) ergibt (5) mit folgender Identifikation:

$$\theta(\mathbf{r}, \omega) = \frac{c}{\alpha\sigma(\omega)} \theta_{virt}(\mathbf{r}, -i\sigma(\omega)). \quad (7)$$

Gleichung (7) ist die gesuchte Relation zwischen dem gemessenen Temperatursignal und der virtuellen Welle im ω – Raum. Sie ist eine lokale Transformation, da der Ort \mathbf{r} der gleiche ist für θ_{virt} und θ , und sie ist gültig für alle Dimensionen. Durch eine Rücktransformation vom ω – Raum in den realen Raum (inverse Fouriertransformation) erhält man aus (4):

$$\begin{aligned} T(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{\alpha\sigma(\omega)} \theta_{virt}(\mathbf{r}, -i\sigma(\omega)) \exp(i\omega t) d\omega, \\ &\text{mit } \theta_{virt}(\mathbf{r}, -i\sigma(\omega)) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} T_{virt}(\mathbf{r}, t') \exp(-c\sigma(\omega)t') dt', \end{aligned} \quad (8)$$

Durch analytische Integration in ω erhält man:

$$\begin{aligned} T(\mathbf{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} T_{virt}(\mathbf{r}, t') K(t, t') dt', \\ \text{mit } K(t, t') &\equiv \frac{c}{\sqrt{\pi\alpha t}} \exp\left(-\frac{c^2 t'^2}{4\alpha t}\right) \text{ for } t > 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Gleichung (9), verbindet wie Gleichung (7) das gemessene Temperatur-Signal mit dem virtuellen Signal am gleichen Ort \mathbf{r} , aber im realen Raum statt im Frequenz-Raum. Falls T_{virt} ein δ -Puls ist, dann ist T die ein-dimensionale Impulsantwort der Wärmeleitung. Daher

ist die virtuelle Welle T_{virt} physikalisch die ein-dimensionale thermische Rekonstruktion aus den Messdaten T .

Gleichung (9) kann diskretisiert werden und ergibt folgende Matrix-Gleichung

$$\mathbf{T} = \mathbf{K} \mathbf{T}_{virt} \quad (10)$$

mit \mathbf{T} und \mathbf{T}_{virt} als die Vektoren für das gemessene Temperatursignal bzw. der virtuellen Welle bei diskreten Zeitschritten. \mathbf{K} ist die Matrix an diesen Zeitschritten, berechnet in (9). Gleichung (10) kann nur mit geeigneter Regularisierung invertiert werden, da die Matrix \mathbf{K} nicht den maximalen Rang aufweist und damit nicht invertierbar ist. Wir verwenden die truncated singular value decomposition (SVD) Methode um \mathbf{T}_{rec} als eine Schätzung für \mathbf{T}_{virt} aus dem Temperatursignal \mathbf{T} zu berechnen [33]. Es werden dabei alle „singular values“ verwendet, die größer als $1/SNR$ (Signal-zu-Rausch-Verhältnis) sind. Werte kleiner als $1/SNR$ werden abgeschnitten.

3. Zwei-dimensionale Rekonstruktion mit adiabatischen Randbedingungen

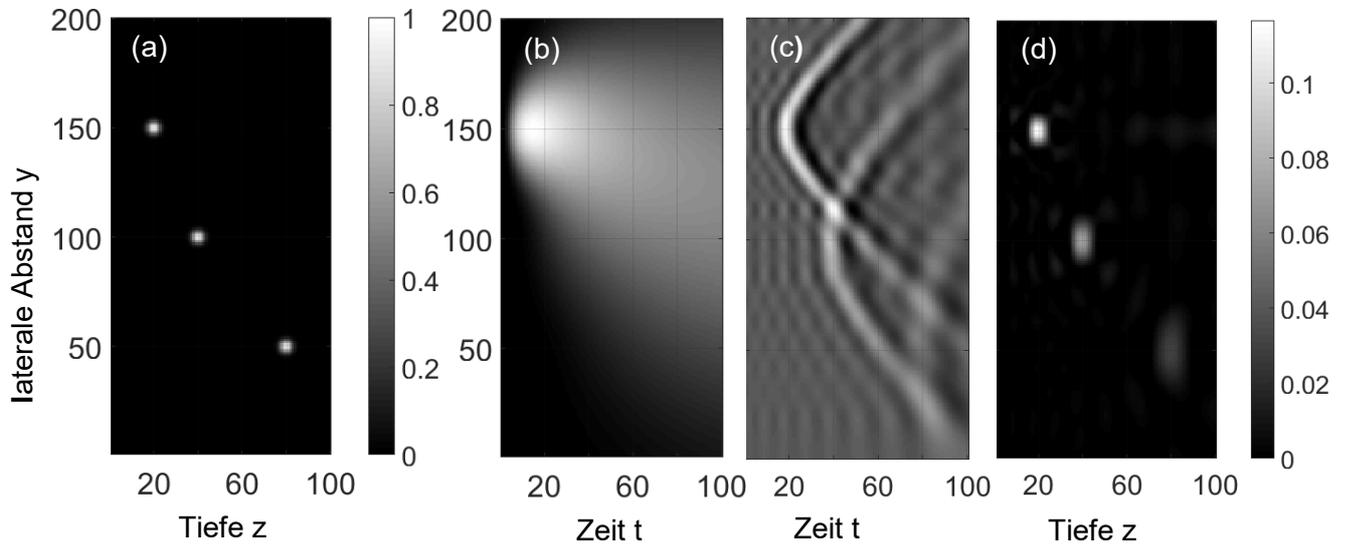


Abb. 1. 2D Rekonstruktion: (a) Querschnitt senkrecht zur Oberfläche ($z = 0$) der Anfangstemperaturverteilung $T_0(y, z)$ bestehend aus 3 Gauß-förmigen Spitzen in einer Tiefe von $z = 20, 40,$ und 80 , und einer Halbwertsbreite von 5 . (b) Oberflächentemperatur, berechnet mit finite Differenzen mit adiabatischen Randbedingungen als Funktion der Zeit. (c) zugehörige rekonstruierte virtuelle Welle $T_{rec}(y, t)$, berechnet mit Gleichung (10) mit truncated SVD. (d) rekonstruierte Anfangstemperaturverteilung $T_{0,rec}(y, z)$, berechnet mit F-SAFT.

Abb. 1 zeigt ein Beispiel für die Rekonstruktion aus simulierten Daten in 2D, wobei die laterale Ausdehnung y 200 Pixel und die Tiefe z maximal 100 Pixel beträgt. Experimentell könnte eine solche 2D Wärmediffusion z. B. durch dünne parallele Drähte, die durch einen kurzen elektrischen Puls geheizt werden, realisiert werden. Abb. 1(a) zeigt den Querschnitt der Anfangstemperaturverteilung $T_0(y, z)$ senkrecht zur Oberfläche ($z = 0$) bestehend aus 3 Gauß-förmigen Spitzen in einer Tiefe von $z = 20, 40,$ und 80 , und einer Halbwertsbreite von 5 . Die Temperaturleitfähigkeit wurde mit 10 gewählt. Abb. 1(b) zeigt die Oberflächentemperatur berechnet mit finiten Differenzen mit adiabatischen Randbedingungen als Funktion der Zeit mit der Anfangstemperaturverteilung aus (a). Die zugehörige virtuelle Welle $T_{rec}(y, t)$ berechnet mit Gleichung (10) mit truncated SVD ist in Abb. 1(c) dargestellt. Die parabolische Form der virtuellen Schallwellen ist deutlich zu sehen, aber auch, dass die später einlangenden Signale von tiefer liegenden Schichten mehr

verschwommen sind. Um diese virtuellen Wellen in Abb. 1 (c) zu erhalten, kann für jedes Oberflächenpixel ($y = 1, \dots, 200$) jede ein-dimensionale thermographische Rekonstruktion verwendet werden. Wie wir später sehen werden gilt dies auch für andere Randbedingungen. Abb. 1 (c) zeigt die Rekonstruktion der Anfangsverteilung nur, wenn Schichtstrukturen abgebildet werden wo die laterale Ausdehnung (parallel zur Oberfläche) groß gegenüber der Tiefe ist. Für punktförmige Strukturen wie in Abb. 1(a) gezeigt, ist die punktweise berechnete ein-dimensionale Rekonstruktion in Abb. 1(c) noch nicht der letzte Schritt. Aus dieser virtuellen Welle wird dann mit einer Methode zur Ultraschall-Rekonstruktion, hier F-SAFT, die rekonstruierte Anfangstemperaturverteilung $T_{0,rec}(y, z)$ berechnet. Es zeigt sich, dass tiefer liegende Strukturen nicht nur in axialer z -Richtung verbreitert werden, sondern noch viel mehr in lateraler y -Richtung. Um dies genauer zu untersuchen werden wir im nächsten Abschnitt die Rekonstruktion eines Punktes, die thermische Point-Spread-Function (PSF) und den Zusammenhang zum Signal-Rausch-Verhältnis herleiten [34].

4. Thermische Point-Spread-Function

Zur Herleitung der thermischen PSF betrachten wir zuerst die Abschwächung bei der Ausbreitung einer ein-dimensionalen thermischen Welle (z. B. in Carslaw and Jaeger [35]):

$$T(z, t) = \text{Real}(T_0 e^{i(\sigma z - \omega t)}), \quad (11)$$

mit der Temperatur $T(z, t)$ als Funktion der Tiefe z und der Zeit t , T_0 ist eine komplexe Konstante um die Randbedingungen an der Oberfläche bei $z = 0$ zu erfüllen, σ ist die komplexe Wellenzahl, und $\omega = 2\pi f$, mit der Frequenz f der thermischen Welle. Dies ist eine Lösung der ein-dimensionalen Diffusionsgleichung

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial t}\right) T(z, t) = 0, \text{ if } \sigma = \sqrt{\frac{i\omega}{\alpha}} \equiv \frac{1+i}{\mu}, \quad (12)$$

mit der thermischen Diffusionslänge [15] $\mu \equiv \sqrt{2\alpha/\omega}$, bei der die Amplitude um einen Faktor $1/e$ abgeschwächt ist. Die thermische Welle kann nun geschrieben werden als

$$T(z, t) = \text{Real}\left(T_0 e^{-\frac{z}{\mu}} \exp\left(i\left(\frac{z}{\mu} - \omega t\right)\right)\right). \quad (13)$$

Dies beschreibt eine exponentiell gedämpfte Welle in z mit einer Wellenzahl $k \equiv 1/\mu$. Die höchstmögliche Wellenzahl k_{cut} , wo das Signal bis zum Niveau des Rauschens abgeschwächt wird, ergibt sich damit für eine Tiefe $z = a$:

$$\exp(-k_{cut}a) = \frac{1}{SNR} \Rightarrow k_{cut} = \frac{\ln(SNR)}{a}. \quad (14)$$

Wellenzahlen höher als k_{cut} können nicht aufgelöst werden, da ihre Amplitude im Abstand a unter das Rausch-Niveau absinkt. Das gleiche Resultat konnte erzielt werden, indem der Informationsverlust gleich der mittleren Entropie-Produktion gesetzt wird. Daraus ergibt sich die thermodynamisch bestmögliche Auflösung für die thermographische Rekonstruktion [36].

Um die zwei- oder drei-dimensionale PSF zu erhalten, nehmen wir eine Punktquelle an, die in einer homogenen Probe in einer Tiefe d unter einer ebenen Oberfläche eingebettet ist, deren Temperatur gemessen wird. Der Abstand a zur Oberfläche hängt nun vom Winkel θ ab (Abb. 2(a)):

$$k_{cut}(\theta) = \frac{\ln(SNR)}{a} = \frac{\ln(SNR)}{d} \cos(\theta) \quad (15)$$

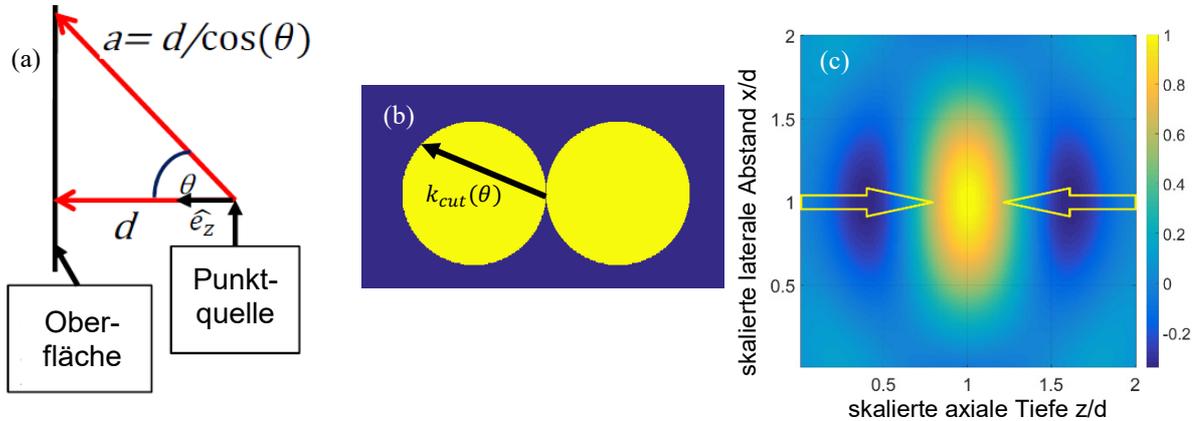


Abb. 2. (a) Punktquelle in einer Tiefe d senkrecht zur Oberfläche. (b) zwei-dimensionale (oder den Querschnitt der drei-dimensionalen thermischen PSF im Fourier-Raum. In allen Richtungen ist der Wert gleich Eins bis zu $k_{cut}(\theta)$ und darüber ist er null. (c) zwei-dimensionale thermische PSF im realen Raum, die sich aus der räumlichen Fourier Transformation von (b) ergibt.

Abb. 2(b) zeigt die zwei-dimensionale (oder den Querschnitt der drei-dimensionalen thermischen PSF im Fourier-Raum. In allen Richtungen ist der Wert gleich Eins bis zu $k_{cut}(\theta)$ und darüber ist er null. Abb. 2(c) zeigt die zwei-dimensionale thermische PSF im realen Raum, die sich aus der räumlichen Fourier Transformation von (b) ergibt. Es gibt die räumliche Auflösung für ein bestimmtes SNR an, ähnlich dem Abbe-Limit in der Optik für bestimmte Lichtwellenlängen. Die axiale Auflösung in z -Richtung wird durch k_{cut} in obiger Gleichung (15) bei $\theta = 0$ begrenzt. Die Nullstellen der PSF in dieser Richtung sind bei der Tiefe $d \pm \frac{\pi}{k_{cut}} = d \left(1 \pm \frac{\pi}{\ln(SNR)}\right)$. Die axiale Auflösung wird analog zum Rayleigh-Kriterium in der Optik als der Abstand zwischen dem Maximum und dem Nullpunkt als $\frac{d\pi}{\ln(SNR)}$ und ist in Abb. 2(c) durch zwei horizontale Pfeile für ein SNR von 2580 dargestellt. Die laterale Auflösung (vertikale Richtung in Abb. 2(c)) ist das 2,4 fache der axialen Auflösung.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Bei der thermographischen Rekonstruktion von kleinen Strukturen ist es wichtig die laterale Wärmediffusion zu berücksichtigen und nicht nur ein-dimensional zu rekonstruieren. Die 1D Rekonstruktion gibt nur für Schichtstrukturen, deren laterale Ausdehnung groß gegenüber der Tiefe unter der Oberfläche ist, ein gutes Ergebnis. Für die 2D und 3D Rekonstruktion kann aber lokal für die Temperaturentwicklung an jedem gemessenen Oberflächenpixel eine 1D Rekonstruktion durchgeführt werden. Das dadurch entstehende Signal ist Lösung der Wellengleichung, genannt virtuelle Schallwelle, und die eigentliche 2D oder 3D Rekonstruktion kann in einem zweiten Schritt durch eine Ultraschallrekonstruktion durchgeführt werden.

Dies wurde nicht nur für kurze Anregungspulse zur Erwärmung der Probe im Inneren gezeigt, sondern auch für einige Verallgemeinerungen:

- Längere Anregungspulse mit zeitlicher Entwicklung $h(t)$: statt \mathbf{K} in Gleichung (10) wird die Faltung $\mathbf{K}_{conv} = \mathbf{K} * h(t)$ verwendet. Da die Wärmediffusionsgleichung linear ist kann der Term der zeitlichen Anregung auf \mathbf{K} „übergewälzt“ werden.

- Andere Randbedingungen: diese müssen bei der Berechnung der virtuellen Welle in der ein-dimensionalen Rekonstruktion berücksichtigt werden.
- Wärmequellen nicht nur im Inneren der Probe (Einweg-Thermografie) sondern auch Aufheizen der Oberfläche und Diffusion der Wärmewelle nach unten, „Reflexion“ und Diffusion zur Oberfläche wo die Messung erfolgt (Zweiweg-Thermografie). Die Schallgeschwindigkeit der virtuellen Welle wird für die Rekonstruktion halbiert (z. B. $c = 0.5$ statt $c = 1$).

Danksagung

Diese Arbeit wurde unterstützt von der Christian Doppler Forschungsgesellschaft (Christian Doppler Laboratory for Photoacoustic Imaging and Laser Ultrasonics), und durch das Projekt “multimodal and in-situ characterization of inhomogeneous materials” (MiCi) der Oberösterreichischen Landesregierung und des „Europäischer Fonds für regionale Entwicklung (EFRE)“ im Rahmen des EU-Programmes IWB2020. Ebenfalls wurde diese Arbeit unterstützt vom TAKE OFF Programm des Bundesministeriums für Verkehr, Innovation und Technologie (BMVIT) und durch das Strategische Wirtschafts- und Forschungsprogramm "Innovatives OÖ 2020" des Landes OÖ.

Referenzen

-
- 1 X. P. V. Maldague, *Theory and Practice of Infrared Thermography for Nondestructive Testing* (John Wiley & Sons, New York, 2001).
 - 2 C. Meola and G. M. Carlomagno, *Measurement Science and Technology* **15**, R27 (2004).
 - 3 J. Ravi, Y. Lu, S. Longuemart, S. Paoloni, H. Pfeiffer, J. Thoen, and C. Glorieux, *J. Appl. Phys.* **97**, 014701 (2005).
 - 4 C. Glorieux, R. Li Voti, J. Thoen, M. Bertolotti and, and C. Sibilis, *Inverse Problems* **15**, 1149 (1999).
 - 5 L. Vidovic, M. Milanic, and B. Majaron, *J Biomed Opt.* **20**, 017001 (2015).
 - 6 T. Milner, D. Goodman, B. Tanenbaum, and J. Nelson, *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1479 (1995).
 - 7 A. Mendioroz, R. Celorrio, and A. Salazar, *Rev. Sci. Instrum.* **86**, 064903 (2015).
 - 8 U. Netzelmann, G. Walle, S. Lugin, A. Ehlen, S. Bessert, and B. Valeske, *QIRT J.* **13**, 170 (2016).
 - 9 V. P. Vavilov and D. D. Burgleigh; *NDT&E Int.* **73**, 28 (2015).
 - 10 G. Busse, D. Wu, and W. Karpen, *J. Appl. Phys.* **71**, 3962 (1992).
 - 11 X. Maldague and S. Marinetti, *J. Appl. Phys.* **79**, 2694 (1996).
 - 12 G. Busse, *Appl. Phys. Lett.* **35**, 759 (1979).
 - 13 S. Kaipilavil and A. Mandelis, *Nature Photonics* **8**, 635 (2014).
 - 14 P. Burgholzer, G. J. Matt, M. Haltmeier, and G. Paltauf, *Phys. Rev. E* **75**, 046706 (2007).
 - 15 A. Salazar, *Eur. J. Phys.* **27**, 1349 (2006).
 - 16 D. Modgil, B. E. Treeby, and P. J. La Riviere, *Journal of Biomedical Optics* **17**, 061204 (2012).
 - 17 P. Burgholzer, H. Roitner, J. Bauer-Marschallinger, H. Grün, T. Berer, and G. Paltauf, *Acoustic Waves - From Microdevices to Helioseismology*, M. G. Beghi (Ed.), InTech, DOI: 10.5772/19815 (2011); available from: <http://www.intechopen.com/books/acoustic-waves-from-microdevices-to-helioseismology/compensation-of-ultrasound-attenuation-in-photoacoustic-imaging>.
 - 18 P. J. La Riviere, J. Zhang, and M. A. Anastasio, *Optics Letters* **31**, 781 (2006).
 - 19 M. Xu and L. V. Wang, *Rev. Sc. Instr.* **77**, 041101 (2006).
 - 20 A. Rosenthal, D. Razansky, and V. Ntziachristos, *IEEE Trans. Med. Imag.* **29**, 1275 (2010).
 - 21 Y. Xu and L.-H. V. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 033902 (2004).
 - 22 B. E. Treeby, B. T. Cox, *J. Biomed. Opt.* **15**, 021314 (2010).
 - 23 L. J. Busse, *IEEE Trans. on UFFC* **39**, 174 (1992).
 - 24 D. Lévesque, A. Blouin, C. Néron, and J. -P. Monchalain, *Ultrasonics* **40**, 1057 (2002).
 - 25 P. Burgholzer, T. Berer, B. Reitingner, R. Nuster, and G. Paltauf, *J. Acoust. Soc. Am.* **123**, 3156 (2008); see also in Proceedings of 1st International Symposium on Laser Ultrasonics: Science, Technology, and

Applications, Montral, QC, Canada, 16 – 18 July 2008: <http://www.ndt.net/article/laser-ut2008/papers/Burgholzer%20LU2008.pdf>.

26 P. Burgholzer, M. Thor, J. Gruber, and G. Mayr, *J. Appl. Phys.* **121**, 105102 (2017).

27 A. Gleiter and G. Mayr, *Infrared Phys. Technol.* **53**, 288 (2010).

28 H. Ammari, *Mathematical Modeling in Biomedical Imaging II* (Springer, Berlin, Heidelberg, 2012).

29 H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, *Conduction of heat in solids* (Clarendon Press., Oxford, 1959).

30 J. Ordonez-Miranda, R. Yang, S. Volz, and J. J. Alvarado-Gil, *J. Appl. Phys.* **118**, 075103 (2015).

31 K. P. Köstli, D. Frauchinger, J. Niederhauser, G. Paltauf, H. Weber, and M. Frenz, *IEEE J. Se. Top. Quantum Electron.* **7**, 918 (2001).

32 M. Xu and L.-H. V. Wang, *IEEE Trans. Med. Imaging* **21**, 814 (2002).

33 H. R. B. Orlando, O. Fudym, D. Maillet and R. M. Cotta, *Thermal Measurements and Inverse Techniques* (CRC Press, Boca Raton, 2011).

34 P. Burgholzer, T. Berer, J. Gruber, and G. Mayr, *Appl. Phys. Lett.* **111**, 031908 (2017).

35 H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, *Conduction of heat in solids* (Clarendon Press., Oxford, 1959).

36 P. Burgholzer, *Int. J. Thermophys.* **36**, 2328 (2015).